

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΜΟΝΥΝΥΜΑ - ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ (ΜΕΡΟΣ 2ο)

1.

Για είναι ίσα πρέπει :

$$2\kappa + 4 = 0 \quad \text{και} \quad -(2\lambda - 1) = 7 - \lambda \quad \text{και} \quad \kappa + 2 = 0 \quad \text{και} \quad -3 = \mu - 2$$

$$2\kappa = -4 \quad -2\lambda + 1 = 7 - \lambda \quad \kappa = -2 \quad \mu = -3 + 2$$

$$\kappa = -2 \quad -2\lambda + \lambda = 7 - 1 \quad \mu = -1$$

$$-\lambda = 6$$

$$\lambda = -6$$

Άρα είναι $\kappa = -2, \lambda = -6, \kappa = -2, \mu = -1$.

2.

$$\alpha. (x^2 - 3)(x + 5) - (2x - 1)(x^2 + 4) =$$

$$(x^3 + 5x^2 - 3x - 15) - (2x^3 + 8x - x^2 - 4) =$$

$$x^3 + 5x^2 - 3x - 15 - 2x^3 - 8x + x^2 + 4 =$$

$$-x^3 + 6x^2 - 11x - 11$$

$$\beta. x(x^2 - x + 1)(x - 1) - (x - 2)(2x + 3)(x + 5) =$$

$$(x^3 - x^2 + x)(x - 1) - (2x^3 + 3x - 4x - 6)(x + 5) =$$

$$x^4 - x^3 - x^3 + x^2 + x^2 - x - (2x^3 + 10x^2 + 3x^2 + 15x - 4x^2 - 20x - 6x - 30) =$$

$$x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 10x + 30$$

$$\gamma. 2x(x^2 - xy + y^2) - y^3 + 3xy(x - y) - 4x^2y =$$

$$2x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - y^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 4x^2y =$$

$$2x^3 - 3x^2y - xy^2 - y^3$$

3.

$$\begin{aligned} \text{Έχω : } P(2) &= 0 \\ 2^3 + \lambda 2^2 - (4\lambda + 3)2 + 2 &= 0 \\ 8 + 4\lambda - 8\lambda - 6 + 2 &= 0 \\ -4\lambda + 4 &= 0 \\ -4\lambda &= -4 \\ \lambda &= 1 \end{aligned}$$

4.

Για να είναι 1^ο βαθμού πρέπει :

$$\begin{aligned} \lambda - 3 &= 0 & \text{ και } & \kappa - 1 &= 0 \\ \lambda &= 3 & & \kappa &= 1 \end{aligned}$$

5.

$$\text{Βρίσκω } P(-1) = 3(-1)^3 + \lambda(-1)^2 - 2(-1) + 2$$

$$P(-1) = 3(-1) + \lambda + 2 + 2$$

$$P(-1) = -3 + \lambda + 4$$

$$P(-1) = \lambda + 1$$

Άρα έχω :

$$P(x) - P(-1) = (\mu + 1)x^3 + \lambda x^2 - 2x + 3$$

$$3x^3 + \lambda x^2 - 2x + 2 - (\lambda + 1) = (\mu + 1)x^3 + \lambda x^2 - 2x + 3$$

$$3x^3 + \lambda x^2 - 2x - \lambda + 1 = (\mu + 1)x^3 + \lambda x^2 - 2x + 3$$

Πρέπει :

$$\mu + 1 = 3, \mu = 2$$

$$\lambda = \lambda \text{ ισχύει}$$

$$-2 = -2 \text{ ισχύει}$$

$$-\lambda + 1 = 3, \lambda = -2$$

6.

Επειδή το πολυώνυμο είναι πρώτου βαθμού είναι της μορφής $P(x)=\alpha x+\beta$.

Βρίσκω τα α, β .

Έχω $P(0)=0$

$$\alpha \cdot 0 + \beta = 0$$

$$\beta = 0$$

Επομένως $P(x)=\alpha x$

Όμως $P(x-1)=P(x)-1$

$$\alpha(x-1)=\alpha x-1$$

$$\alpha x - \alpha = \alpha x - 1$$

$$\alpha = 1$$

Άρα τελικά $P(x)=x$.

7.

$$P(x)=2x(x+4)(x-1)$$

$$P(x)=(2x^2+8x)(x-1)$$

$$P(x)=2x^3-2x^2+8x^2-8x$$

$$P(x)=2x^3+6x^2-8x$$

Επειδή $P(x)=Q(x)$ έχω

$$\alpha - 1 = 2, \beta + 2 = 6, \gamma = -8, \delta = 0$$

$$\alpha = 3, \beta = 4$$

